

Angelo Montanari\*

La logica del tempo  
Da Aristotele alla scienza dei calcolatori

25 maggio 2001



## 1. Introduzione

In questo breve testo forniremo una sintetica ricostruzione del ruolo della logica del tempo nella storia del pensiero, che parte dalle acute riflessioni sul tempo di Aristotele e arriva all'utilizzo della logica temporale nell'informatica, o scienza dei calcolatori, contemporanea. Il testo non ha pretese di completezza.

Ci auguriamo semplicemente che possa stimolare il lettore ad ulteriori approfondimenti.

Il lavoro è organizzato nel modo seguente. Nella prima parte inquadreremo il contributo proposto nel contesto più generale della riflessione sul tempo svolta nell'ambito di diverse discipline, dalla linguistica alla fisica, dalla logica all'informatica. Successivamente, ripercorreremo le tappe principali della storia dei rapporti tra logica e tempo, a partire dalla riflessione aristotelica, passando attraverso la sintesi medievale e la successiva dissociazione, fino ad arrivare alla riconciliazione di logica e tempo avvenuta nel secolo scorso. Nell'ultima parte del lavoro ci concentreremo su un caso significativo di impiego della logica temporale in ambito informatico.

## 2. Inquadramento generale

Una questione che è bene sollevare all'inizio di una riflessione come la presente è quella relativa alle relazioni che intercorrono tra le diverse nozioni di tempo proposte dalla fisica, dalla filosofia, dalla matematica, dalla linguistica e dalla scienza dei calcolatori (l'elenco delle discipline che si sono interessate a vario titolo e in vario modo alla dimensione temporale potrebbe, in verità, essere molto più lungo). In particolare, è opportuno domandarsi se le varie nozioni di tempo proposte presentano più punti di contatto o punti di contrapposizione. Certamente il tempo così come formalizzato dalle varie discipline non è immediatamente riconducibile ad alcuna nozione ingenua di tempo. Pensiamo al caso della fisica. Einstein (cito a memoria) ha affermato che il senso comune altro non è che l'insieme dei pregiudizi acquisiti nei primi 18 anni di vita. Inoltre, l'evoluzione stessa delle teorie scientifiche nell'ambito della fisica (lo stesso vale per altre discipline) ha spesso comportato l'abbandono di un dato modello e la sua sostituzione con un modello significativamente diverso. Per quanto riguarda specificamente il tempo, ad esempio, la fisica prerelativistica postulava l'esistenza di un tempo universale uguale per tutti gli osservatori; tale prospettiva è venuta meno con l'avvento della fisica relativistica.

A dispetto delle “sorpresa” e delle conseguenti discontinuità che i percorsi della scienza di frequente riservano, cercheremo di mostrare il filo rosso che lega la riflessione sul tempo sviluppatasi in ambito scientifico e in ambito filosofico (senza, ovviamente, confondere i piani). In particolare, tenteremo di evidenziare il legame che intercorre tra alcune tematiche filosofiche classiche e diverse problematiche di interesse per la scienza dei calcolatori. Non vediamo con favore le descrizioni delle conoscenze scientifiche che fanno uso di “effetti speciali”, in quanto il ricorso alla spettacolarizzazione rende la scienza più estranea e non più familiare, allontanando, e non avvicinando, le persone.

Un esempio delle connessioni tra riflessione filosofica e pratica scientifica riguarda proprio il tempo della fisica prerelativistica.

Leibniz si oppose al concetto di tempo assoluto di Newton: “*Il tempo assoluto, vero e matematico fluisce di per se stesso e per la sua propria natura, in modo eguale senza relazione con alcuna cosa esterna*”<sup>1</sup> Secondo Newton l’universo ha un orologio (gli istanti di tempo esistono indipendentemente dagli eventi), secondo Leibniz, invece, l’universo è un orologio (il tempo è derivato dagli eventi, non viceversa).

## 2.1 Cos’è il tempo?

“Cos’è il tempo?” è la domanda che si pose S. Agostino, senza trovare risposta: “*Cos’è il tempo allora? Se nessuno me lo chiede, lo so; se voglio spiegarlo a qualcuno che me lo chiede, non lo so*”<sup>2</sup> Appellandoci, più o meno legittimamente, a S. Agostino, in questo lavoro rinunciamo programmaticamente al tentativo di rispondere alla domanda: “cos’è il tempo?”, limitandoci ad assumerlo come un utile strumento concettuale per trattare un certo numero di problemi di rilievo in un dato ambito disciplinare. In ogni caso, come vedremo nel prossimo capitolo, questioni classiche relative alla natura del tempo riemergono, più o meno esplicitamente, nella ricerca contemporanea sulla logica del tempo (il problema del dividing instant, le unità temporali fondamentali: punti o intervalli, la natura discreta o densa del tempo, la struttura lineare, ramificata o ciclica del tempo, etc.).

Un altro elemento importante di ogni riflessione sul tempo è la distinzione tra tempo oggettivo e tempo soggettivo. Ogni concetto di tempo sorge nel contesto di una specifica attività umana, finalizzata ad un dato scopo, ed è segnato, in modo inevitabile ed essenziale, da tale scopo<sup>3</sup>. Alcuni esempi di caratterizzazioni del tempo sono il calendario gregoriano (date, orologi...), la nozione di istante corrente (now) e la direzione del tempo (passa-

---

<sup>1</sup> I. NEWTON, *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, 1687.

<sup>2</sup> S. AGOSTINO, *Confessioni* XI, c. XIV, xvii.

<sup>3</sup> N. LAWRENCE, *Levels of Language of Discourse about Time*, in *The Study of Time*, vol. III, J. T. Fraser, N. Lowrence e D. Park, Springer, 1978

to/presente/futuro).

Infine, non può essere ignorato il legame del tempo col linguaggio naturale. Uno studio appropriato del tempo non può infatti prescindere da un'analisi delle caratteristiche e degli strumenti generali della comunicazione linguistica.

## 2.2 Il tempo: linguaggio (naturale) e logica

Come appena affermato, esiste uno stretto legame tra logica e linguaggio. La logica può, infatti, essere vista come uno strumento per l'analisi e la formalizzazione delle strutture sintattiche e semantiche del linguaggio naturale. Non a caso, buona parte della filosofia del novecento è caratterizzata da un approccio logico-linguistico ai problemi filosofici. Lo studio del linguaggio, in particolare lo studio del significato delle espressioni in linguaggio naturale, è essenziale per la comprensione del tempo. Alla domanda su come possa essere catturata la dimensione temporale intrinseca al linguaggio naturale si è risposto proponendo la logica dei tempi verbali (*tense logic*). È interessante osservare come i destini di linguaggio e logica temporale risultino essere strettamente legati. L'interesse/disinteresse per l'uno e l'altra sembrano, infatti, procedere di pari passo. Ad esempio, in informatica l'interesse per le problematiche relative al linguaggio è almeno pari all'interesse per quelle attinenti al tempo.

Per quanto riguarda più specificamente la logica, il passaggio dalla logica classica alla logica modale/temporale muove dalla sostituzione della nozione di verità atemporale della logica classica con quella di verità dipendente dallo stato delle cose (mondo)/dal tempo della logica modale/temporale. I seguenti esempi illustrano i diversi possibili casi.

Esempio 1. “Se nessuno scapolo è un uomo felice, allora nessun uomo felice è scapolo” (Carnap). La verità di tale enunciato dipende dal significato delle parole logiche “se”, “allora”, “non” ed “è”, ma non dipende dal significato di “scapolo”, “felice” e “uomo”.

Esempio 2. “Nessuno scapolo è sposato” (Quine). La verità dell’enunciato dipende dal significato attribuito a “scapolo” e “sposato”, o, meglio, dal sapere che hanno significati incompatibili.

Esempio 3. “I corpi cadono verso la terra con una accelerazione di 9,8 metri al secondo per secondo” (Carnap). La verità di tale enunciato dipende da informazione fattuale intorno al mondo fisico.

Esempio 4. “Il presidente della repubblica è calvo”. La verità di tale affermazione può variare nel tempo.

Esempio 5. “Domani ci sarà una battaglia navale”. È possibile assegnare un valore di verità ad una tale affermazione (è il classico esempio di Aristotele, sul quale torneremo nel prossimo capitolo)?

Esempio 6. “Se è vero che sto tenendo una conferenza sulla logica del tempo, allora sarà sempre vero che ho tenuto una conferenza sulla logica del tempo”. Tale affermazione rimane vera sostituendo a “sto tenendo una conferenza sulla logica del tempo” una qualunque altra proposizione.

Gli esempi precedenti ci consentono di chiarire alcuni elementi fondamentali di ogni riflessione sul tempo. Per prima cosa, ci mostrano come non si debba confondere la tradizionale distinzione tra verità analitiche e verità sintetiche/fattuali con la distinzione tra logiche classiche e logiche temporali. Inoltre, ci mostrano come le proposizioni della logica temporale siano funzioni proposizionali con argomenti temporali (van Frassen), ossia non siano semplicemente vere o false, ma siano vere o false in un dato istante/intervallo temporale. Infine, ci confermano che il tentativo di fornire una caratterizzazione logica del linguaggio naturale (perseguito dai filosofi e teologi medievali e, in tempi più recenti, da Prior) non può prescindere dal trattamento della dimensione temporale.

## 2.3 Il tempo: fisica e informatica

La storia della nozione di tempo nell'ambito della fisica è una storia lunga e articolata. Qui ci limitiamo a ricordare alcuni passaggi fondamentali. Da sempre il tempo è stato percepito come strettamente collegato al movimento/cambiamento e descrivibile attraverso numeri. Nel prossimo capitolo vedremo come tale collegamento sia già presente nel pensiero di Aristotele. Il tempo ha, inoltre, un ruolo fondamentale nella meccanica newtoniana, in particolare nelle leggi della dinamica e nella simmetria temporale tra futuro e passato (tra predizioni e postdizioni) da esse introdotta. Il tempo interviene anche nell'analisi infinitesimale, e molto prima nei paradossi di Zenone (l'infinita divisibilità del tempo/tempo denso), nella termodinamica (l'entropia e la freccia del tempo), nella relatività e nella meccanica quantistica.

La chiave per la comprensione del tempo nella scienza dei calcolatori è la nozione di algoritmo. Un calcolatore (automa / macchina) è un modello formale per la descrizione di procedure effettive (algoritmi/programmi). Consideriamo il problema di determinare quanti sono i possibili ordinamenti (le permutazioni) di  $n$  oggetti distinti. Per ogni  $n$  fissato, tale numero prende il nome di fattoriale di  $n$ . Il programma seguente determina, per ogni  $n$  maggiore o uguale a 1, il fattoriale di  $n$ , indicato con  $n!$ , il cui valore è pari a  $n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1$ .

### procedure FATTORIALE( $n$ )

```
begin k := 1; i := 1;
  while i ≤ n do
    begin k := k · i; i := i + 1 end;
  return k
end;
```

Procedura per il calcolo del fattoriale

Ogni algoritmo deve possedere le seguenti proprietà: (i) deve es-

sere finitamente descrivibile e (ii) deve consistere di un insieme di passi discreti, ciascuno dei quali eseguibile automaticamente da un'opportuna "macchina". Una computazione è una successione, finita o infinita, di stati di esecuzione dell'algoritmo, dove stato è uguale a valore delle variabili (nell'esempio, ogni stato di esecuzione dell'algoritmo è caratterizzato dal valore delle variabili  $k$ ,  $i$  ed  $n$ ). Esiste, quindi, una stretta relazione tra le computazioni e il tempo discreto (successione di stati/istanti).

Se da un lato il tempo in informatica è inerentemente legato alla nozione di algoritmo, dall'altro esso entra in gioco esplicitamente in una grande varietà di ambiti, inclusi (i) i sistemi per l'elaborazione del linguaggio naturale (ad esempio, i sistemi di traduzione automatica, i sistemi per la generazione automatica di riassunti, etc.), (ii) i sistemi di pianificazione (planning) in intelligenza artificiale (ad esempio, la pianificazione del comportamento di un robot finalizzato al conseguimento di un certo obiettivo, in un dato ambiente, date certe condizioni iniziali), (iii) le basi di dati temporali (ad esempio, sistemi bancari, sistemi di supporto alle decisioni in ambito medico) e (iv) la specifica e la verifica del comportamento dei sistemi reattivi (ad esempio, sistemi per la produzione e la distribuzione di energia, programmi per il monitoraggio di sistemi remoti, sistemi distribuiti e mobili). Di quest'ultimo ambito parleremo diffusamente nel Capitolo 4.

### **3. Breve storia dei rapporti tra logica e tempo**

In questa sezione presenteremo alcuni snodi fondamentali della riflessione logico-filosofica sulla natura del tempo in una prospettiva storica. Una tale ricostruzione si scontra con un problema metodologico fondamentale: è lecito (ri)formulare problemi classici, quali, ad esempio, la battaglia navale di Aristotele e l'argomento vittorioso di Diodoro Crono, usando gli strumenti della logica contemporanea, quando una delle difficoltà, se non "la" difficoltà, di questi problemi era proprio l'assenza di un formalismo adeguato?

Nella storia dei rapporti tra logica e tempo si possono riconoscere almeno tre momenti fondamentali: in età classica e medievale quella che potremmo definire la logica del tempo è parte integrante della riflessione filosofica e teologica; la dimensione del tempo viene, invece, rimossa in età rinascimentale; essa tornerà a far parte dell'agenda della riflessione logico-filosofica nel diciannovesimo e, soprattutto, nel ventesimo secolo. La ricchezza della riflessione classica e medievale sul tempo è testimoniata dal numero e dalla qualità dei protagonisti. Dei rapporti tra movimento e tempo si occupa già Aristotele, che pone il problema dei contingenti futuri descritto dal famoso esempio della battaglia. Il legame tra possibilità e necessità è anche l'oggetto dell'argomento vittorioso di Diodoro Crono. Sull'amplyon, ovvero su quei termini che fanno riferimento ad entità che attualmente non esistono, riflette Alberto di Sassonia. Fra le questioni a lungo dibattute vi sono anche quelle relative alla durata del presente (su cui si sofferma Buridano) e quelle che riguardano la caratterizzazione temporale dell'inizio e della fine di un dato stato delle cose o di un certo accadimento (incipit/desinit). Le relazioni tra tempo e conseguenza logica sono fra gli argomenti studiati da Ockham e Buridano, così come di connettivi e proposizioni temporali (temporalis) si occupano Avicenna e Buridano. Infine, la questione relativa ai legami tra prescienza divina, determinismo e libero arbitrio è affrontata da numerosi pensatori, compresi Anselmo e Ockham (a tale questione si interesserà in seguito, fra gli altri, anche Leibniz).

### 3.1 Necessità, possibilità e contingenza

La riflessione di Aristotele sul tempo muove dalla constatazione dello stretto legame che intercorre tra tempo e movimento. Il movimento è caratteristica distintiva della sostanza sensibile, oggetto di indagine della filosofia seconda, o fisica. Il movimento caratterizza il passaggio dall'essere in potenza all'essere in atto. Sua proprietà fondamentale è la continuità e nel continuo si distinguono il prima e il poi: "*il tempo è il numero del movimento secondo il prima e il poi*" (Aristotele, "*Fisica*"). Per Aristotele, il tempo è un

infinito potenziale, in quanto non può esistere tutto insieme attualmente, ma si svolge e si accresce senza fine. All'interno di tale riflessione si colloca il famoso esempio della battaglia navale, che pone il problema dei contingenti futuri, ossia del legame tra tempo, verità e possibilità. Nel *“De Interpretatione”*, Aristotele si domanda come vadano interpretate le affermazioni: “domani ci sarà una battaglia navale” e “domani non ci sarà una battaglia navale”. Possiamo sostenere che affermazioni come le precedenti sono vere o false già oggi? O, al contrario, dobbiamo affermare che il loro valore di verità è indeterminato e che quindi non si può affermare che esse possiedano oggi un effettivo valore di verità? Le risposte a tali questioni sono strettamente connesse alle nozioni modali di necessità e possibilità, ossia di quelli che la logica modale contemporanea chiama i modi della verità. Se assumiamo la verità della prima affermazione oggi, non ne segue che essa è necessariamente vera oggi? Ancora, se domani dovessimo constatare che non vi è stata alcuna battaglia, sarebbe corretto affermare oggi una tale possibilità? Sulla base di un'assunzione di base di indeterminatezza, Aristotele afferma che nessuna delle due affermazioni è oggi necessaria (necessariamente vera). Lo stesso non vale per affermazioni relative al passato o al presente, che per Aristotele sono o necessariamente vere o necessariamente false.

La riflessione di Aristotele attorno alla distinzione tra possibile e contingente è stata oggetto dell'attenzione di diversi logici del secolo scorso. Secondo Lukasiewicz, Aristotele considera le affermazioni (proposizioni) relative a fatti futuri contingenti né vere né false. In accordo con tale interpretazione, egli vede nella posizione di Aristotele un argomento in favore delle logiche a tre valori (vero, falso, indefinito/indeterminato). Una diversa lettura della posizione aristotelica viene fornita da Rescher, il quale mostra come un'interpretazione realista, che mantenga il principio di bivalenza (vero/falso), possa essere consistentemente sostenuta, riprendendo il punto di vista di molti filosofi medievali. Per un certo periodo, Prior condivise l'interpretazione di Lukasiewicz, ritenendola l'unica via possibile per costruire una logica temporale non deterministica. Successivamente, però, egli propose due diverse logiche temporali non deterministiche bivalenti (vero / fal-

so), l'una basata su idee di Ockham, l'altra su idee di Peirce. La risposta alla questione circa la possibilità di modellare i futuri contingenti (non determinismo) con le nozioni modali di necessità e possibilità viene trovata nel tempo ramificato: “*Se il determinista vede il tempo come una linea, l'indeterminista lo vede come un sistema di cammini ramificati?*”<sup>4</sup>. In modo sintetico, potremmo dire che il determinismo si identifica con la nozione di tempo lineare, il non determinismo con la nozione di tempo ramificato.

A tali considerazioni si lega naturalmente l'argomento vittorioso di Diodoro Crono, che fu interpretato nel mondo classico come un argomento a favore della verità del fatalismo. Sfortunatamente solo le premesse e la conclusione dell'argomento sono note. L'argomento vittorioso è un trilemma. Nella formulazione di Epitteto, Diodoro prova che le seguenti tre proposizioni non possono essere tutte vere: (i) “ogni proposizione vera circa il passato è necessaria”, (ii) “una proposizione impossibile non può seguire da una possibile” e (iii) “c'è una proposizione che è possibile, ma che non è né sarà vera”. Qual è il significato dell'argomento vittorioso di Diodoro Crono? Diodoro usa l'incompatibilità delle tre proposizioni, in combinazione con la plausibilità delle prime due, per concludere la falsità della terza. Assumendo la verità delle prime due proposizioni, Diodoro definisce le nozioni di possibilità e necessità nel seguente modo: il possibile è ciò che è o sarà vero, il necessario è ciò che, essendo vero, non può essere falso. Tali definizioni sono molto vicine a quelle della logica modale contemporanea. L'argomento vittorioso di Diodoro Crono ha conosciuto nei secoli una notevole fortuna. In particolare, nel secolo scorso è stato interpretato sia come un argomento a favore del determinismo, sia come un tentativo significativo di chiarire le relazioni concettuali tra tempo e modalità.

---

<sup>4</sup>J. P. BURGESS, *The Unreal Future*, *Theoria*, vol. 44, 1978

### 3.2 Incipit/desinit o dei limiti temporali

Un altro tema a lungo dibattuto è quello dei limiti temporali (incipit/desinit). La logica medievale ha infatti dedicato particolare attenzione all'analisi delle problematiche poste dall'uso dei verbi "iniziare/finire". Tali problematiche sono legate alla definizione di limite temporale e riprendono questioni in parte già presenti nella Fisica di Aristotele. Si consideri, ad esempio, la differenza che intercorre tra le frasi "Socrate comincia a correre" e "Socrate cessa di vivere" e la frase "Socrate comincia ad incanutire". Occorre distinguere tra stati/cose permanenti, che possono manifestarsi simultaneamente, e stati/cose successivi, che si manifestano uno dopo l'altro (permanentia/successiva). Come va compresa in questa prospettiva la frase: "Socrate comincia a correre"? Può essere interpretata come: "Ora Socrate non sta correndo, ma correrà immediatamente dopo"? Il problema diventa quello di stabilire come si passa dallo stato di quiete allo stato di moto (ritorna il legame aristotelico tra movimento e tempo). In vari ambiti della logica e dell'informatica (ad esempio, nel contesto dell'intelligenza artificiale) tale questione è nota come il problema del dividing instant. Nel caso di stati successivi, occorre evitare sia la coesistenza di stati incompatibili (ad esempio, vita e morte) sia la presenza di buchi (gap) nei valori di verità (in ogni stato Socrate o è vivo o è morto). La questione coinvolge vari aspetti della modellazione del tempo, quali, ad esempio, la distinzione tra domini temporali discreti e domini temporali densi. Nella soluzione di alcuni "sofismi" relativi alla coppia incipit/desinit proposta da Sherwood si prefigura la possibilità di distinguere tra tempo discreto e denso attraverso formule (assiomi) della logica temporale, operazione che la logica temporale contemporanea ben conosce. La distinzione tra permanentia e successiva anticipa anche la suddivisione dei verbi in verbi che descrivono stati (permanentia; ad esempio, incanutire) eventi istantanei (achievement), eventi non istantanei/processi (accomplishment) e attività (successiva; ad esempio, correre) compiuta dalla linguistica contemporanea<sup>5</sup>.

---

<sup>5</sup> Z. VENDLER, *Linguistics and Philosophy*, Cornell University Press, 1967

### 3.3 Sintesi, dissociazione e riconciliazione

Il rapporto della logica medievale col tempo viene riassunto da Prior nelle seguenti due affermazioni: (i) le distinzioni temporali sono un tema rilevante per la riflessione logica e (ii) ciò che è vero in un dato istante è in molti casi falso in un altro istante e viceversa. Essa affronta molti temi fondamentali, ma paga l'assenza di un formalismo adeguato. Nel passaggio dalla scolastica all'umanesimo rinascimentale viene meno l'attenzione per la disciplina della dialettica, in particolare per gli studi e le dispute di natura logica, ritenuti astratti e senza costrutto. Nei secoli successivi prevale il disinteresse per le questioni legate al tempo (non c'è spazio per il tempo). Ci si occupa dei legami tra la logica e la disciplina della retorica (Valla, Agricola), viene sviluppata la logica umanistica, vista come l'arte dell'argomentazione, che rifiuta il linguaggio "artificiale" (oggi diremmo formale/logico) dei logici scolastici (Vives, Ramus), la logica viene considerata una metodologia, separata dal linguaggio (Bacone), e ci si concentra sulla verità (logica) senza tempo (Leibniz, Kant, Frege). Per Frege, ad esempio, la verità logica è completamente atemporale: il tempo in cui viene fatta una certa affermazione è considerato parte del pensiero che si vuole esprimere. Ad esempio, se qualcuno vuol dire oggi la stessa cosa che ha detto ieri, deve semplicemente sostituire il termine oggi con il termine ieri. Non c'è spazio per una concezione delle proposizioni come funzioni nella variabile tempo.

La riconciliazione di logica e tempo inizia nell'Ottocento e trova piena realizzazione nel secolo scorso. Dei legami tra logica, linguaggio e tempo si interessa Boole, mentre i rapporti tra tempo e modalità sono oggetto dell'attenzione di Peirce. Come già anticipato, Lukasiewicz stabilisce una connessione tra modellazione del tempo e logica trivalente. Dei tempi verbali si occupa anche Reichenbach che propone una struttura a tre punti dei tempi verbali in cui si distingue tra tempo dell'evento, tempo di riferimento e tempo dell'affermazione (un esempio in cui i tre tempi sono diversi è fornito dalla frase: "io avrò visto Giovanni"). Un ruolo fondamentale nella rinascita dell'interesse per la logica del tempo è svolto da Prior che ritorna sulle questioni attinenti ai legami tra

determinismo, libero arbitrio e tempo ramificato, che stabilisce interessanti collegamenti tra l'enfasi posta sul tempo corrente dalla logica dei tempi verbali e la relatività ristretta e propone diversi sistemi formali/calcoli per la logica dei tempi verbali. Del rinnovato interesse per il tempo troviamo testimonianza anche in ambito letterario: una traduzione letteraria dell'idea del tempo ramificato si può, infatti, trovare nel racconto "*The Garden of Forking Paths*" di J.L. Borges, pubblicato nel 1962.

#### **4. Logica temporale e informatica**

Il fondamentale ruolo del tempo nella scienza dei calcolatori è già stato illustrato nel Capitolo 2. Qui vogliamo soffermarci su uno dei suoi utilizzi più significativi, quello nell'ambito della specifica e della verifica formali delle proprietà dei programmi. L'insieme dei programmi può essere suddiviso in due classi fondamentali: i programmi trasformazionali, che devono (dovrebbero) terminare la loro esecuzione in un tempo finito, e i programmi reattivi, non terminanti.

##### **4.1 Programmi trasformazionali e programmi reattivi**

Un esempio classico di programma trasformazionale è il programma per il calcolo del fattoriale. Un tale programma riceve in ingresso (input) un numero naturale  $n$  maggiore o uguale ad 1 e restituisce in uscita (output) il suo fattoriale. In generale, un programma trasformazionale può essere visto come una funzione che trasforma i dati ricevuti in input nei dati restituiti in output. Nel caso dell'esempio, l'input è il numero naturale  $n$ , l'output è il fattoriale di  $n$ . Per dimostrare la correttezza (totale) di un programma trasformazionale occorre mostrarne la correttezza parziale (se il programma termina, termina correttamente) e la terminazione (il programma effettivamente termina). A tal fine sono state sviluppate numerose metodologie e tecniche di verifica (pre e post condizioni, invarianti di ciclo...), che non possiamo descrivere in dettaglio nel presente lavoro. In ogni caso, risultati fonda-

mentali della logica e della scienza dei calcolatori del secolo scorso hanno mostrato come esistano degli insuperabili limiti teorici che escludono l'esistenza di algoritmi di natura generale in grado di provare la correttezza dei programmi. Nel caso dei programmi trasformazionali, il tempo interviene unicamente come misura della complessità del programma vista come numero di passi necessario per la sua esecuzione.

Il tempo riveste un ruolo molto più importante nel caso dei programmi reattivi. I programmi reattivi sono programmi il cui scopo è mantenere nel tempo (durata indefinita) una data modalità di interazione con l'ambiente in cui operano, anziché terminare la propria esecuzione restituendo un valore finale. Esempi di programmi reattivi sono i sistemi operativi, i programmi concorrenti e in tempo reale, i programmi per il controllo di processi, i programmi embedded (programmi la cui componente software è una parte integrata del sistema completo).

Un esempio di programma reattivo per la gestione in mutua esclusione di una risorsa critica condivisa, ad esempio, una stampante, è riportato nella tabella sottostante<sup>6</sup>

<b>local y: integer where y = 1</b>			
P1::	l0: <b>loop forever do</b> l1: <b>non critical;</b> l2: <b>request y;</b> l3: <b>critical;</b> l4: <b>release y</b>		P2:: M0: <b>loop forever do</b> m1: <b>non critical;</b> m2: <b>request y;</b> m3: <b>critical;</b> m4: <b>release y</b>

Programma per la gestione della mutua esclusione con semafori (MuxSem)

Il programma MuxSem consiste di due componenti, P1 e P2, del tutto speculari, che operano in modo concorrente (operatore | |). Ciascuna componente esegue all'infinito (**loop forever do**) la

---

<sup>6</sup> L'esempio è preso dal libro Z. MANNA, A. PNUELI, *Temporal Verification of Reactive Systems: Safety*, Springer, 1995.

medesima sequenza di operazioni: opera per un tempo arbitrariamente lungo, eventualmente infinito, su risorse proprie, non critiche (tale fase è descritta in modo astratto dall'istruzione **non critical**); successivamente richiede l'accesso alla risorsa condivisa (istruzione **request y**) e, una volta ottenuto il diritto di accedere a tale risorsa (disciplinato dalla variabile  $y$ , detta semaforo), la utilizza per un tempo arbitrariamente lungo, ma finito (tale fase è descritta in modo astratto dall'istruzione **critical**); infine, libera la risorsa (istruzione **release y**).

## 4.2 Specifica e verifica di programmi reattivi

Come originariamente proposto da Pnueli (che per tali ricerche ha ottenuto il Turing Award, il riconoscimento più prestigioso in ambito informatico), la logica temporale può essere utilizzata per specificare il comportamento atteso di un tale programma. Nel caso considerato, essa consente di imporre che ogni computazione (infinita) del programma soddisfi le seguenti due proprietà fondamentali: (i) accessibilità (ogni richiesta di accesso alla regione critica da parte di P1 o di P2, nell'esempio, la richiesta di utilizzo della stampante, deve essere prima o poi soddisfatta, ossia deve essere soddisfatta in un tempo arbitrariamente lungo, ma finito); (ii) mutua esclusione (P1 e P2 non possono mai trovarsi contemporaneamente all'interno della regione critica, nell'esempio, non possono usare contemporaneamente la stampante).

Il nondeterminismo e la lunghezza infinita delle computazioni costituiscono fattori critici del processo di specifica e verifica del comportamento atteso di un sistema reattivo (a stati finiti). Per quanto riguarda il primo fattore critico, dato lo stato corrente di un programma reattivo ad un certo punto della computazione, può accadere che vi siano più possibili stati successivi. In tal caso, il programma sceglie in modo non deterministico uno di questi quale stato successivo della computazione (tempo ramificato). Per quanto riguarda il secondo fattore critico, il comportamento di un programma reattivo è tipicamente descritto da un numero infinito di computazioni. Inoltre, ogni computazione è di norma infinita

(tempo infinito). Con riferimento all'esempio proposto (programma per la gestione della mutua esclusione), il problema è verificare finitamente se una data computazione (non) rispetta le proprietà desiderate, ad esempio il requisito di accessibilità.

Due sono i problemi presi in considerazioni nell'ambito della specifica e verifica formali dei programmi reattivi. Il primo problema è verificare che una specifica non contenga richieste contraddittorie e si riduca al problema di verificare la soddisfacibilità della formula della logica temporale che specifica il comportamento atteso del programma. Il secondo problema è verificare che un programma reattivo soddisfi le proprietà richieste, ossia che tutte le possibili computazioni del programma rispettino le condizioni volute (problema della verifica del modello). La ricerca in informatica teorica ha mostrato che in molti casi tali problemi possono essere risolti in modo effettivo (sono problemi decidibili) e ha proposto diversi algoritmi per la verifica della soddisfacibilità e per la verifica del modello. In tali algoritmi svolge un ruolo fondamentale il riconoscimento delle periodicità (che si traduce nell'individuazione e nello studio dei cicli dei grafi che rappresentano i modelli della formula e/o i comportamenti attesi del sistema modellato.

## 5. Alcuni riferimenti bibliografici

Come già osservato, la dimensione temporale occupa un ruolo non secondario in molteplici discipline, dalla linguistica alla fisica, dalle scienze economiche alla sociologia. Ad esempio, del suo ruolo nell'ambito della fisica si occupa CARNAP nel libro: *“Philosophical Foundations of Physics”*, Basic Books Inc., del 1966. Rimandiamo il lettore interessato a testi specifici delle varie discipline. La logica del tempo è trattata in diversi libri monografici. Ci limitiamo a citarne due dei principali: N. RESCHER e A. URQUHART, *“Temporal Logic”*, Library of Exact Philosophy, Springer, 1971, e J. VAN BENTHEM, *“The Logic of Time”*, Kluwer Academic Publishers, 1991. Una ricostruzione storica dei rapporti tra logica e tempo nei secoli, cui siamo fortemente debitori, è stata proposta da P. O-

HRSTROM e P. F. V. HASLE nel libro: “*Temporal Logic. From Ancient Ideas to Artificial Intelligence*”, Kluwer Academic Publishers, 1995. Il fondamentale ruolo della logica del tempo nella scienza dei calcolatori è evidenziato in una molteplicità di testi. Qui ci limitiamo a segnalare due capitoli di un famoso manuale di informatica teorica: E. A. EMERSON, “*Temporal and Modal Logic*”, e W. THOMAS, “*Automata on Infinite Objects*”, in *Handbook of Theoretical Computer Science*, Vol. B, J. van Leeuwen (ed.), Elsevier Science Pub., 1990. Infine, per una trattazione più approfondita delle problematiche di natura filosofica presenti nell’informatica si rimanda all’intervento A. MONTANARI, “*Per un vocabolario filosofico dell’informatica*”, svolto al Convegno SEFIR su “Istanze Epistemologiche e Ontologiche delle Scienze Informatiche”, Università Lateranense, Roma, gennaio 2006.

\* Professore straordinario di informatica presso la Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali dell’Università di Udine, ha conseguito il Dottorato di ricerca presso l’Università di Amsterdam. Da ottobre 2007 è direttore del Dipartimento di Matematica e Informatica. Autore di oltre 150 lavori, ha partecipato e partecipa a progetti di ricerca nazionali e internazionali. I suoi principali interessi di ricerca riguardano le logiche temporali e la loro applicazione.